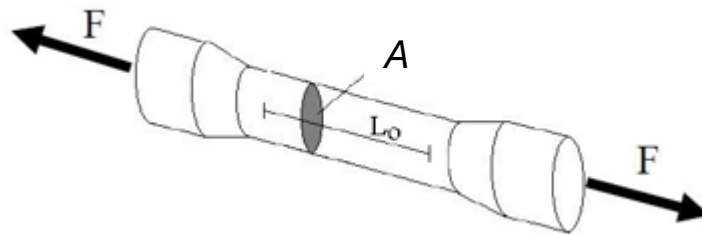


La sollecitazione di trazione semplice



La sollecitazione semplice di trazione è la condizione in cui un corpo viene sottoposto a forze opposte che tendono ad allungarlo lungo il suo asse. È una delle sollecitazioni fondamentali della meccanica dei materiali e si descrive con la formula:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

dove σ è la tensione (stress), F la forza applicata e A l'area della sezione trasversale

◆ Definizione e caratteristiche

- **Trazione:** due forze uguali e contrarie agiscono lungo l'asse del corpo, tirandolo verso direzioni opposte.
- **Effetto:** il corpo tende ad **allungarsi**; le fibre interne si distendono.
- **Distribuzione delle tensioni:** se la forza è centrata e uniforme, la tensione è costante su tutta la sezione.
- **Unità di misura:** Pascal (Pa), ovvero Newton per metro quadrato (N/m²).

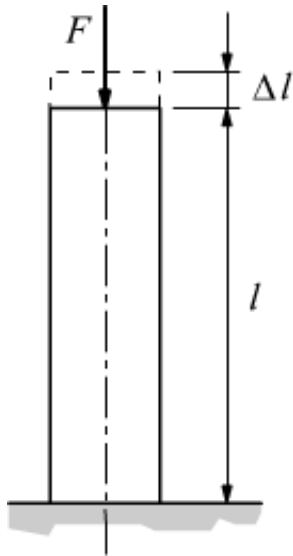
◆ Approfondimento didattico

- **Formula pratica:** se una barra di acciaio con sezione $A = 10 \text{ cm}^2$ è sottoposta a una forza $F = 20 \text{ kN}$, la tensione sarà:

$$\sigma = \frac{20000}{0.001} = 20 \text{ MPa}$$

- **Limiti del materiale:** ogni materiale ha un **carico di snervamento** oltre il quale la deformazione diventa permanente.
- **Prove di laboratorio:** la **prova di trazione** è uno dei test più comuni per determinare le proprietà meccaniche dei materiali (resistenza, modulo di Young, allungamento a rottura).

La sollecitazione di compressione semplice



La sollecitazione semplice di compressione è la condizione in cui un corpo viene sottoposto a forze opposte che tendono ad accorciarlo lungo il suo asse. È l'opposto della trazione e si manifesta quando le fibre interne del materiale vengono spinte l'una contro l'altra EduTecnica +1.

◆ Definizione e caratteristiche

- **Compressione:** due forze uguali e contrarie agiscono lungo l'asse del corpo, spingendolo verso l'interno.
- **Effetto:** il corpo tende ad **accorciarsi**; le fibre interne si avvicinano.
- **Formula:** la tensione di compressione si calcola come

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

dove F è la forza applicata e A l'area della sezione.

- **Unità di misura:** Pascal (Pa), cioè Newton per metro quadrato (N/m^2).

◆ Esempi pratici

- Una **colonna** che sostiene un carico verticale lavora a compressione.
- Un **muro portante** in muratura è sollecitato principalmente a compressione.
- Nei **motori**, i pistoni subiscono compressione durante il ciclo di lavoro.

◆ Approfondimento didattico

- **Materiali resistenti a compressione:** pietra, calcestruzzo, muratura hanno alta resistenza a compressione ma bassa a trazione
- **Instabilità:** nelle aste snelle, la compressione può portare a fenomeni di **instabilità (buckling)**, cioè flessione laterale improvvisa.
- **Prove di laboratorio:** la **prova di compressione** serve a determinare la resistenza e il comportamento plastico dei materiali.

Esercizio per la compressione semplice:

Dati del problema

- **Geometria:** sezione quadrata 120 mm × 120 mm; lunghezza L = 600 mm
- **Materiale:** acciaio con modulo di Young E = 200 GPa; tensione di snervamento nominale $\sigma_y = 250$ MPa
- **Vincoli:** estremità incernierate (pinned-pinned)
- **Carico di compressione:** F = 900 kN, applicato centrato sull'asse

Richieste

1. Calcolare la **tensione media di compressione** sulla sezione.
2. Verificare la **sicurezza allo snervamento** con un fattore di sicurezza.
3. Stimare l'**accorciamento elastico** della colonna.

1. Area della sezione

$$A = b \cdot h = 120 \text{ mm} \cdot 120 \text{ mm} = 14400 \text{ mm}^2 = 0.0144 \text{ m}^2$$

2. Tensione media di compressione

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{900000 \text{ N}}{0.0144 \text{ m}^2} = 62.5 \text{ MPa}$$

3. Verifica allo snervamento (fattore di sicurezza)

$$n_y = \frac{\sigma_y}{\sigma} = \frac{250 \text{ MPa}}{62.5 \text{ MPa}} = 4.0$$

Esito: la colonna è ampiamente sicura rispetto allo snervamento in compressione sotto carico centrato.

4. Accorciamento elastico (ipotesi comportamento lineare)

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{62.5 \text{ MPa}}{200000 \text{ MPa}} = 3.125 \times 10^{-4}$$

$$\Delta L = \varepsilon \cdot L = 3.125 \times 10^{-4} \cdot 600 \text{ mm} = 0.1875 \text{ mm}$$

Esito: accorciamento elastico pari a circa 0.19 mm.

Promemoria per il modulo di Young E

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \sigma = \frac{F}{A} \rightarrow \text{sforzo}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \text{deformazione relativa}$$

$E \rightarrow$ **Modulo di Young**,
si misura in
Pascal (Pa) o in Giga Pascal (GPa)

Le travi snelle (instabilità a compressione)

Il problema dell'instabilità a compressione nelle travi snelle è il fenomeno per cui un elemento strutturale, pur non raggiungendo la resistenza del materiale, collassa improvvisamente incurvandosi lateralmente sotto carico assiale. È noto come *instabilità di Eulero* o *buckling*

◆ Concetto chiave

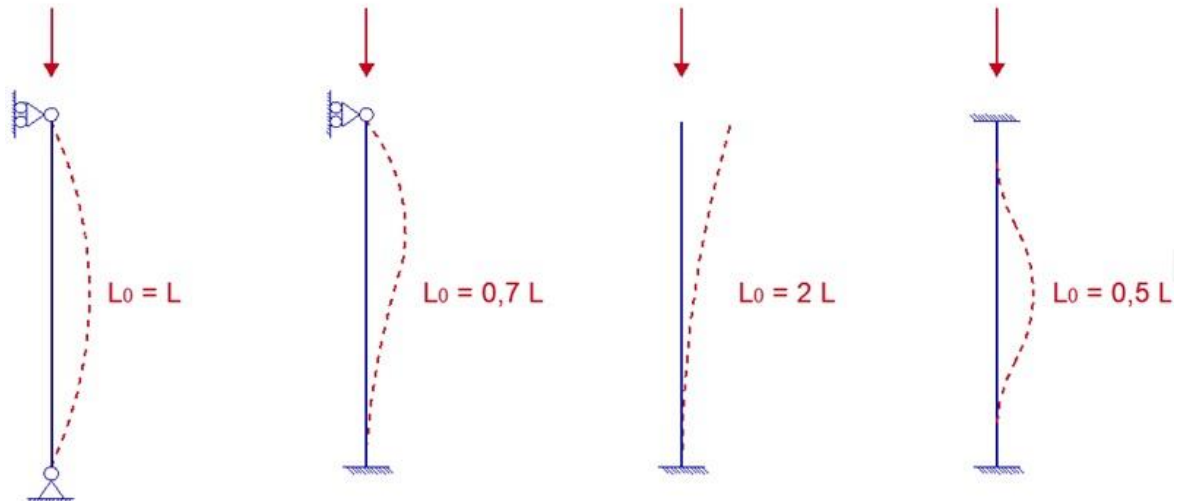
- Una **trave snella** (lunghezza molto maggiore rispetto alle dimensioni della sezione) è vulnerabile a deformazioni trasversali.
- Quando sottoposta a **carico di punta** (forza di compressione assiale), può piegarsi lateralmente anche se la tensione media è molto inferiore al limite di snervamento del materiale.
- Questo collasso è di tipo **elastico**: dipende dalla geometria e dai vincoli più che dalla resistenza del materiale

◆ Carico critico di Eulero

Il carico oltre il quale si innesca l'instabilità si calcola con la formula:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

- E : modulo di Young del materiale
- I : momento d'inerzia della sezione
- L : lunghezza libera dell'asta
- K : coefficiente di vincolo (1 per incernierata-incernierata, 0.5 per incastro-incastro, ecc.)



◆ Snellezza e comportamento

- **Snellezza** ($\lambda = L/r$): rapporto tra lunghezza libera e raggio d'inerzia della sezione.
- **Colonne tozze** (bassa snellezza): governate dalla resistenza del materiale.
- **Colonne snelle** (alta snellezza): governate dall'instabilità, anche con carichi molto inferiori alla resistenza del materiale

◆ Esempi pratici

- **Pilastrini metallici** sottili nei capannoni industriali.
- **Aste di acciaio** nei tralicci.
- **Esperimento dello spaghetti**: un semplice spaghetti compresso si piega lateralmente ben prima di rompersi

Esercizio per l'instabilità a compressione semplice:

Dati del problema

- **Geometria**: sezione quadrata 120 mm × 120 mm; lunghezza $L = 600$ mm
- **Materiale**: acciaio con modulo di Young $E = 200$ GPa; tensione di snervamento nominale $\sigma_y = 250$ MPa
- **Vincoli**: estremità incernierate (pinned-pinned)
- **Carico di compressione**: $F = 900$ kN, applicato centrato sull'asse

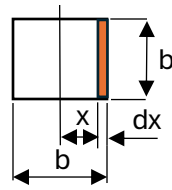
Controllo instabilità di Eulero (K = 1)

$$I = \frac{b^4}{12} = \frac{(0.12 \text{ m})^4}{12} = 1.728 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$F_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(L)^2} \approx 94.7 \text{ MN}$$

- **Carico critico di Eulero:** 94.7 MN
- **Verdetto:** in compressione centrata è sicura; l'instabilità non governa.

Calcolo momento d'inerzia I per sezione quadra.



Per definizione il momento d'inerzia di una sezione è la somma delle aree della sezione per il quadrato della loro distanza dall'asse della stessa.

$$dI = b \cdot x^2 \cdot dx$$

$$I = 2 \int_0^{\frac{b}{2}} dI = 2b \int_0^{\frac{b}{2}} x^2 dx = 2b \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\frac{b}{2}} = \frac{b^4}{12}$$

Ho riportato il calcolo del momento d'inerzia di una sezione rispetto ad un asse, per esplicitare la sua definizione e come si calcola. Generalmente non serve effettuare questo calcolo, perché in tutti i manuali: dell'ingegnere meccanico, del perito industriale, ecc. si trovano già calcolati i momenti d'inerzia per le sezioni più comuni.

- **Trazione semplice:** il tensore degli sforzi è

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dove $\sigma > 0$.

- **Compressione semplice:** stessa forma, ma con $\sigma < 0$.
- In entrambi i casi, gli sforzi di taglio sono nulli e l'unico contributo è quello normale lungo l'asse di applicazione del carico.